

用分数形式精确表达有理数和循环无理数

学过计算机编程的就知道，在计算机中，浮点数是不可能用浮点数精确的表达的，如果你需要精确的表达这个小数，我们最好是用分数的形式来表示，而且有限小数或无限小数都是可以转化为分数的形式。比如下面的几个小数：

$0.\overline{3} = 1/3$ 的(其中括号中的数字是表示循环节)

$0.3 = 3 / 10$

$0.25 = 1 / 4$

$0.\overline{285714} = 285714 / 999999$

为了简化编程，在这里，我们假定输入的数据都是以0.开始的，没有负数。

(1)、对于有限小数的情况很好分析，我们只要得到小数的位数n，然后用这个小数除以 10^n 就能得到比如小数形式为 $0.a_1a_2a_3a_4...a_n = a_1a_2a_3a_4...a_n / 10^n$ 然后化简为最简分式就能得到。

(2)、对于无限小数，情况要复杂许多，假定无限小数为

$0.a_1a_2...a_n(b_1b_2...b_m)$ ，我们做如下转换有

$$X = 0.a_1a_2...a_n(b_1b_2...b_m)$$

$$X * 10^n = a_1a_2...a_n + 0.b_1b_2...b_m$$

设 $Y = 0.b_1b_2...b_m$ 有

$$10^m * Y = b_1b_2...b_m + 0.b_1b_2...b_m$$

$$= b_1b_2...b_m + Y$$

所以 $Y = b_1b_2...b_m / (10^m - 1)$ 带入上面得到

$$X = (a_1a_2...a_n + Y) / 10^n = ((a_1a_2...a_n) * (10^m - 1) + (b_1b_2...b_m)) / ((10^m - 1) * 10^n)$$

由此我们可以得到无限小数的精确表达式，下面就是代码实现：

```
#include <iostream>
#include <string>

using namespace std;

unsigned long long GCD(unsigned long long a, unsigned long long b);
/***
 * author: w397090770
 * Date: 2012.08.31
 * Email:wyphao.2007@163.com
```

* 仅用于学习交流，转载请注明这些标识。

**/

```
void floatPrecisionExpress(string numberStr){  
    //寻找 (   
    string::size_type start = 0;  
    //寻找 )  
    string::size_type end = 0;  
    //标记是否找到 ( 符号  
    bool isFind = false;  
    //记录字符串的长度  
    int len = 0;  
    int m = 0, n = 0;  
    //分子 , 分母  
    unsigned long long molecular = 0, denominator = 1;  
    int i = 0;  
  
    //  
    unsigned long long gcd = 1;  
    start = numberStr.find('(', 0);  
    end = numberStr.find(')', 0);  
  
    //只有找到 ( 和 ) 才是对的 , 要么都不找到 , 找到一个地情况下是错误的 , 直接返回  
    //当然我这里假设了用户输入的是0.XXXX格式的字符串 , 也就是一定是以0.开头的 ,  
    //不考虑以别的开始的  
    if(start == string::npos && end == string::npos){  
        isFind = false;  
    }else if(start != string::npos && end != string::npos){  
        isFind = true;  
    }else{  
        cerr << "Input Error!" << endl;  
        return;  
    }  
  
    //有限小数  
    if(!isFind) {  
        len = numberStr.length();  
        n = len - 2; //2是除去 0.  
  
        //计算分子  
        for(i = 2; i < len; i++){  
            molecular = molecular * 10 + numberStr[i] - '0';  
        }  
        //cout << molecular << endl;  
  
        //计算分母  
        for(i = 0; i < n; i++){
```

```
denominator *= 10;
}
//cout << molecular << endl;
//将分子、分母化简为最简式,得到两数的最大公约数
gcd= GCD(molecular, denominator);
cout << "浮点数" << numberStr << "的分数精确表示为: " << molecular / gcd << "/" << denominator / gcd << endl;
}else{
    n = start - 2; //2是除去 0.
    m = end - start - 1;
    //cout << n << endl << m << endl;
    unsigned long long temp1 = 0, temp2 = 0, temp3 = 1, temp4 = 1;
    for(i = 2; i < start; i++){
        temp1 = temp1 * 10 + numberStr[i] - '0';
    }

    for(i = start + 1; i < end; i++){
        temp2 = temp2 * 10 + numberStr[i] - '0';
    }

    //cout << temp1 << endl << temp2 << endl;
    for(i = 0; i < n; i++){
        temp3 *= 10;
    }

    for(i = 0; i < m; i++){
        temp4 *= 10;
    }

    //cout << temp1 << endl << temp2 << endl << temp3 << endl << temp4 << endl;
    molecular = temp1 * (temp4 - 1) + temp2;
    denominator = (temp4 - 1) * temp3;
    gcd= GCD(molecular, denominator);
    //cout << gcd << endl;
    cout << "浮点数" << numberStr << "的分数精确表示为: " << molecular / gcd << "/" << denominator / gcd << endl;
}

}

unsigned long long GCD(unsigned long long a, unsigned long long b){
    if(a < b){
        return GCD(b, a);
    }

    if(b == 0){
```

```
return a;
}else{
    if(a & 0x1){ //奇数
        if(b & 0x1){
            return GCD(b, a - b);
        }else{
            return GCD(a, b >> 1);
        }
    } else{
        if(b & 0x1){
            return GCD(a >> 1, b);
        }else{
            return GCD(a >> 1, b >> 1) << 1;
        }
    }
}

int main(){
    floatPrecisionExpress("0.285714(285714)");
    floatPrecisionExpress("0.33(3)");
    floatPrecisionExpress("0.25");
    floatPrecisionExpress("0.30");
    floatPrecisionExpress("0.3(000)");
    floatPrecisionExpress("0.3333(3333)");
    return 0;
}
```

程序运行结果：

```
浮点数0.285714<(285714)>的分数精确表示为：2/7
浮点数0.33<(3)>的分数精确表示为：1/3
浮点数0.25的分数精确表示为：1/4
浮点数0.30的分数精确表示为：3/10
浮点数0.3<(000)>的分数精确表示为：3/10
浮点数0.3333<(3333)>的分数精确表示为：1/3
请按任意键继续. . .
```

本博客文章除特别声明，全部都是原创！
原创文章版权归过往记忆大数据（过往记忆）所有，未经许可不得转载。
本文链接: 【】()